

Número real. Potencias. Radicales.

4º ESO

1) Escribe la expresión de las siguientes desigualdades mediante intervalos abiertos o cerrados según convenga y represéntalos.

- a)  $-\infty < x \leq 2$       b)  $0 < x < 9$       c)  $x \leq -5$       d)  $x \geq -5$

2) Expresa, mediante intervalos abiertos, los entornos de a de radio r, que se indican:

- a)  $a = 5$      $r = 1$   
b)  $a = 100$      $r = 10^2$   
c)  $a = 3$      $r = 2/5$

3) Define entorno. Representa E (2, 5)

Fracciones y Potencias.

4º ESO

4) Calcula y simplifica:

$$a) \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{7}\right) - \frac{3 + \left(\frac{1}{7}\right)^2}{4 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} =$$

$$b) \left[\frac{3}{2} \cdot \left(3 - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{3} \cdot \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2\right]^2 =$$

5) Calcula las siguientes expresiones:

$$\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - 1\right) =$$

$$\frac{2^{\frac{1}{5}} \cdot 64 \cdot (2^5)^{-2}}{\frac{2}{\sqrt[4]{2^6}}}$$

6) Efectúa las siguientes operaciones:

$$(-3+5)^5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

7) Opera

$$a) \left[\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-3} : \left(\frac{15}{2}\right)^{-2}\right]^2 =$$

$$b) \left[\left[2 + \frac{1}{2} \cdot \left(4^2 - \frac{2}{3} \cdot (3^2 + 3)\right)\right]^2\right]^{-1} =$$

$$c) \left(\frac{m^4}{n^2}\right)^{-2} \cdot \frac{n^4}{m^5} : \left(\frac{m^{-2}}{n^{-1}}\right)^6 =$$

8) Calcula y simplifica:

$$\frac{(25^3 : 5^3)^2 : 25^2}{-125^2 : (-5)^5} =$$

9) Halla el valor de las siguientes expresiones:

$$a) \left\{ \left[ \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \right]^3 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^{15} \right\} - \left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 =$$

$$b) \left\{ \left[ \left(\frac{1}{3} - 1\right) \cdot \left(-1 + \frac{1}{4}\right) \right]^2 \div \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 \right\} + \left(-\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) =$$

$$c) \left[ \left(\frac{3}{2} - 4\right) \div \left(1 - \frac{8}{3}\right) + \frac{1}{2} \right]^2 - \left(1 + \frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right)^3 =$$

Radicales.

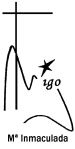
4º ESO

10) Efectúa:

- a)  $(1 - \sqrt{1})^2 =$   
b)  $(3 + 2\sqrt{3}) \cdot (3 - 2\sqrt{3}) =$   
c)  $(5 - 4\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5} + 1) =$

11) Suma los siguientes radicales:

- $\sqrt{2} + 3\sqrt{18} - \sqrt{32} =$   
 $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250} =$   
 $2a\sqrt{3} - \sqrt{27a^2} + a\sqrt{12} =$



**12)** Efectúa las operaciones indicadas:

$$7\sqrt{50} - 2\sqrt{32} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{18} =$$

$$7\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{128} =$$

$$2a\sqrt{3a} - \sqrt{27a^3} + a\sqrt{12a} =$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt[4]{162} =$$

$$2\sqrt[3]{16x^5} - x\sqrt[3]{54x^2} + \sqrt[6]{256x^{10}} =$$

**13)** Efectúa las siguientes multiplicaciones y divisiones:

$$a) \sqrt[5]{ab^2c^3} \cdot \sqrt[5]{a^2b^2c^2} \cdot \sqrt{abc} =$$

$$b) 2a\sqrt{a} \cdot ab\sqrt[3]{b} \cdot c\sqrt[5]{abc} =$$

$$c) \sqrt[3]{a^2bc^2d} \div \sqrt{abcd} =$$

$$d) \sqrt[3]{a^2bc^3} \div \sqrt[4]{a^2bc^3} =$$

$$e) \sqrt{\frac{2xy}{a^2b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{xy^2}{a^2b}} \div \sqrt{\frac{ab}{xy}} =$$

$$f) (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) =$$

**14)** Racionaliza las siguientes expresiones

$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt[5]{2^2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

**15)** Efectúa las siguientes multiplicaciones y divisiones:

$$a) \sqrt{108} - (3\sqrt{192} - 2\sqrt{243}) =$$

$$b) (\sqrt[4]{125} : \sqrt{5}) : \sqrt{5^2 \sqrt{5^{-2}}} =$$

$$c) (b^2 \sqrt[6]{b^3})^2 : \sqrt{\sqrt{b^3 \sqrt{b}}} =$$

$$d) \frac{\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - \sqrt{50}}{-3\sqrt{2} + \sqrt{8}} =$$

$$e) \frac{\sqrt{3^3 \sqrt{3}}}{\sqrt{3} : \sqrt[3]{3}} =$$

$$f) \sqrt[3]{\frac{7}{125}} + \sqrt[3]{\frac{-7}{27}} =$$

**16)** Racionaliza:

$$a) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}} =$$

$$b) \frac{5}{3\sqrt{2} + 1} =$$

**17)** Opera

$$\sqrt{63} - \frac{5}{2}\sqrt{28} + \frac{\sqrt{112}}{3}$$

$$\sqrt{xy^2} \sqrt{\frac{1}{x^2}} \sqrt[3]{\sqrt{x^2}} =$$

$$\left(1 + \frac{\sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}\right) : \left(1 - \frac{\sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}\right)$$

Expresiones algebraicas. Fracciones algebraicas

4º ESO

**18)** Efectúa las siguientes operaciones:

$$(x+2)^2 + (x-2)^2 + (x-1) \cdot (x+3) =$$

**19)** Efectúa las siguientes divisiones:

$$a) (3x^3 - 2x + 5) : (2x^2 - 3)$$

$$b) (6x^4 + 8x^3 - 5x - 8) : (2x^2 + 1)$$

**20)** Calcula el cociente y el resto y realiza la comprobación

$$a) 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5 \text{ entre } x^2 + 1$$

**21)** Opera y reduce términos semejantes:

$$2 + z^4 - (3z - z^3)^2 + 3z^3 \cdot (z^3 - 1) =$$

$$[(x^3 + 2x^2 - x) \cdot (x - 1)]^2 =$$

**22)** Halla el m.c.d. ( $x^3 - 1$ ,  $x^2 - x$ ,  $x^2 - 1$ )

**23)** Halla el m.c.m. ( $5x^2 - 10x$ ,  $15x^2 - 60$ ,  $3x^2 - 12x + 12$ )

**24)** Factoriza los siguientes polinomios.

$$a) X^3 - x^2 - 4$$

$$b) X^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

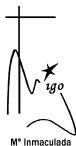
$$c) X^3 + 3x^3 - 4x - 12$$

$$d) 6x^3 + 7x^2 - 9x + 2$$

**25)** Simplifica las siguientes fracciones:

$$a) \frac{x^3 - 4x}{x^4 - 4x^2} =$$

$$b) \frac{5x^3 - 5x}{x^3 - 2x^2 + x} =$$



$$c) \frac{x^3 - 27}{x^2 - 6x + 9} =$$

$$d) \frac{x^2 \cdot (x+2) - 9 \cdot (x+2)}{x^2 \cdot (x+3) + 2x \cdot (x+3)} =$$

26) Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+1}{x+2} \left( 1 + \frac{1}{x+1} - \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 3} \right)$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^3 + 1} : \frac{x^3 - 8}{x+1}$$

$$\frac{3-x}{x} + \frac{2x}{x-1} - \frac{x-1}{3x} =$$

Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

28) Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) 2x^4 - x^3 - 6x^2 = 0$$

$$b) 4x^3 - 9 = 9x - 4x^2$$

$$c) x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$d) (x^2 - 1)^2 = x^2 - 1$$

$$e) x^2 - 1 = 2x \cdot (1 - x^2)$$

$$f) \left(x - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) - x \cdot \left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3} \cdot (x - 2)$$

$$g) \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$$

29) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

$$a) \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ x \cdot y = 30 \end{cases}$$

$$x \cdot y = 30$$

$$\frac{x-y}{2} + \frac{x-y}{3} = 5$$

$$b) \frac{x+y}{7} + y = 3$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy} \cdot \frac{3x}{x-y} =$$

$$\left(1 + \frac{a}{b}\right) : \frac{a^2 - b^2}{ab - b^2} =$$

27) Efectúa las siguientes adiciones de fracciones algebraicas:

$$a) \frac{3a}{3ab - 2b^2} + \frac{3a+2b}{12ab} + \frac{4b}{9a^2 - 6ab} =$$

$$b) \frac{x}{x-2} + \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$c) \left(\frac{x}{x^2-1} : \frac{x}{x-1}\right)^2 \cdot \left[\frac{(x+1)}{x} \cdot \frac{x}{x^2+2x+1}\right]^2$$

$$c) \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 3x + 5y - 2z = 7 \\ 4x - y + 7z = 23 \end{cases}$$

$$3x + 5y - 2z = 7$$

$$4x - y + 7z = 23$$

$$d) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - 3y/4 = 0 \end{cases}$$

$$x - 3y/4 = 0$$

30) Averigua dos números cuya suma es 32 y su producto es 255.

31) La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 121. Hallar los números.

Logaritmos e Inecuaciones

32) Halla  $x$  en la siguiente expresión  $\log_x 3 = 1/3$

33) Resuelve las siguientes inecuaciones

$$a) \frac{x-3}{2} - \frac{2+x}{3} \geq 3$$

$$b) x^2 - 7x - 18 < 0$$

$$c) 2x \cdot (x-3) > 3x^2$$

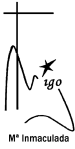
$$d) 6 + 7x - 3x^2 > 0$$

$$e) \frac{x-3}{x+1} \leq 0$$



Trigonometría.

- 34)** Expresa  $60^\circ$  en radianes. Expresa en radianes  $45^\circ$ . Expresa en grados sexagesimales  $\pi/5$  rad
- 35)** Efectúa las siguientes operaciones:  
a)  $\operatorname{tg}^2 30^\circ - \cos^2 120^\circ - \operatorname{tg} 135^\circ =$   
b)  $4 \operatorname{sen} 240^\circ - \operatorname{tg} 300^\circ - \cos 180^\circ =$   
c)  $3 \cos 30^\circ + \operatorname{sen} 150^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ =$   
d)  $6 \operatorname{sen} 330^\circ - \cos 210^\circ - \operatorname{tg} 225^\circ =$   
e)  $2 \operatorname{sen} 135^\circ + \cos 240^\circ - \operatorname{tg}^2 330^\circ =$
- 36)** Efectúa las siguientes operaciones:  
 $(2 \operatorname{sen} 120^\circ - \operatorname{tg} 240^\circ + \cos^2 330^\circ) \cdot \operatorname{sen} 270^\circ$
- 37)** Calcula las demás razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$  si:  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$  y  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .
- 38)** Calcula las demás razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$  si:  $\cos \alpha = -1/2$  y  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$
- 39)** Dibuja todos los ángulos que conozcas cuyo  $\operatorname{sen} \alpha = \sqrt{3}/2$
- 40)** Resuelve un triángulo rectángulo de hipotenusa = 25 cm y cateto  $c = 24$  cm
- 41)** Resuelve los siguientes triángulos, con ángulo recto en A, cuyos datos son:  
a)  $a = 5$  m y  $b = 4$  m  
b)  $b = 20$  m y  $c = 16$  m
- 42)** Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 7 y 14 m.
- 43)** En un triángulo isósceles, los dos ángulos iguales miden  $45^\circ$  y los lados iguales miden 18 cm. Calcula la base, la altura y el área del triángulo.
- 44)** La diagonal de un rectángulo mide 9 cm y el ángulo que forma sobre la base  $30^\circ$ . Halla el área y el perímetro de ese rectángulo.
- 45)** Halla el área de un rombo de 9 cm de lado y cuyos ángulos son  $30^\circ$  y  $150^\circ$ .
- 46)** Resuelve el triángulo rectángulo ABC sabiendo que  $a = 5$  m y  $b = 3$  m.
- 47)** Calcula el área de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 5 cm.
- 48)** Halla el área de un círculo inscrito en una circunferencia de 3 cm de radio.
- 49)** Una escalera de 8 m de longitud tiene su extremo superior apoyado sobre una tapia a 3,5 m de altura. ¿Qué ángulos forma la escalera con la tapia y el suelo?
- 50)** Calcula el radio, la apotema y el área de un octógono circunscrito a una circunferencia de radio 12 cm.
- 51)** En un triángulo isósceles, los dos ángulos iguales miden  $37^\circ$  y los lados iguales miden 18 cm. Calcula la base, la altura y el área del triángulo.
- 52)** Un poste de 6 m de altura proyecta una sombra de 10 m. Si se unen el extremo superior del poste y el extremo de la sombra, calcula los elementos del triángulo formado.
- 53)** Una persona de 160 cm de altura, situada a una distancia de 10 m de un árbol, mira al extremo superior de éste formando un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal, ¿Cuál es la altura del árbol?
- 54)** Desde un faro colocado a 40 m sobre el nivel del mar, el ángulo de depresión de un barco es  $55^\circ$ . ¿A qué distancia del faro se halla el barco?
- 55)** Si las dos ramas de un compás forman un ángulo de  $45^\circ$  y su longitud es 12 cm, halla la distancia entre las puntas de las ramas.
- 56)** Desde un avión, a una altura de 300 m, el ángulo de depresión de otro avión, que está a 100 m de altura, es de  $39^\circ$ . ¿A qué distancia se encuentran ambos aparatos?
- 57)** Sabiendo que  $\operatorname{tg} \alpha = 3$  y que  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ , halla las demás razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$ .
- 58)** Calcula el valor de la siguiente expresión sin utilizar calculadora:  
 $2 \cdot \operatorname{sen} 135^\circ + \cos 240^\circ - \operatorname{tg}^2 330^\circ \cdot \cos 0^\circ =$
- 59)** En una parcela circular de diámetro 18 m, queremos construir una piscina en forma de un pentágono regular lo más grande posible, para ello se han pensado todas las opciones, decidiendo inscribirla en dicha parcela. Halla el área de la piscina.



**60)** Representa gráficamente las siguientes funciones:

a)  $F(x) = -\frac{2}{3}x + 5$

b)  $F(x) = -x^2 - 3x + 2$

**61)** Dada  $f(x) = \begin{cases} 2 & x \leq 1 \\ -x^2 + 2x + 1 & x > 1 \end{cases}$  Representátala

**62)** Halla el dominio de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{3x+5}{x-2}$$

$$f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-3}}$$

$$f(x) = \frac{3}{x^2 - 5x + 4}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+2}}$$

$$f(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$$

**63)** Halla el dominio de  $f(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{2x+2}}$  y de  $g(x) = \sqrt[4]{\frac{x-4}{x+3}}$

**64)** Halla la función inversa de  $f(x) = \frac{2x-7}{2}$

**65)** En las funciones anteriores estudia el dominio, recorrido, monotonía, máximos y mínimos, simetría.

**66)** Dadas las funciones  $f(x) = 2x+1$  y  $g(x) = x^3$ . Halla  $g \circ f$  y  $f \circ g$ .

**67)** Halla la función inversa de  $f(x) = 2x+7$  y de  $g(x) = x^2-1$

**68)** Estudia si las siguientes funciones son pares o impares:

a)  $F(x) = 3x^4 + 5x^2$

b)  $F(x) = -x^2 + 3$

c)  $F(x) = x^2 + x + 1$

**69)** Halla la inversa de  $f(x) = 2x - 5$  y demuestra que  $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$

**70)** Un monedero contiene 2 monedas de plata y 3 de cobre, y otro contiene 4 de plata y 3 de cobre. Si se elige un monedero al azar y se extrae una moneda ¿cuál es la probabilidad de que sea de plata?

**71)** El número de faltas de ortografía que cometieron un grupo de estudiantes en un dictado fue:

0	3	1	2	0	2	1	3	0	4
0	1	1	4	3	5	3	2	4	1
5	0	2	1	0	0	0	0	2	1
2	1	0	0	3	0	5	3	2	1

a) Di cuál es la variable y de qué tipo es.

b) Halla las frecuencias absolutas y representa los datos en el diagrama adecuado

c) Calcula la media aritmética, la desviación típica, el rango y la moda